

dr hab. Piotr Jędrzejewicz
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Mikołaja Kopernika
w Toruniu

Toruń, 1 września 2017 r.

Recenzja

rozprawy doktorskiej mgr Anny Pyzary
pt. „Algorytmizacja jako aktywność i umiejętność matematyczna”

Recenzowana rozprawa doktorska została przygotowana na Wydziale Matematyczno-Fizyczno-Technicznym Uniwersytetu Pedagogicznego im. Komijsi Edukacji Narodowej w Krakowie, pod opieką naukową dr hab. Ewy Swo-body, prof. Uniwersytetu Rzeszowskiego. Rozprawa liczy 279 stron, składa się ze wstępu, trzech rozdziałów stanowiących część teoretyczną, dwóch rozdzia-łów stanowiących część badawczą, krótkiego rozdziału zawierającego wnioski z przeprowadzonych badań oraz zakończenia będącego podsumowaniem roz-prawy. Bibliografia składa się ze 117 pozycji, 4 odsyłaczy do stron interneto-wych oraz spisu wykorzystanych podręczników i materiałów dydaktycznych: 23 do szkoły podstawowej, 40 do gimnazjum i 16 do szkół ponadgimnazjal-nych.

Tematyka rozprawy dotyczy algorytmizacji jako jednej z kluczowych umie-jętności w ramach modelowania matematycznego. Jest to aktualna, żywa tematyka, co ma związek przede wszystkim z systematycznym wzrostem za-stosowań komputerów w ciągu ostatnich kilkudziesięciu lat. Celem rozprawy jest przedstawienie i przeanalizowanie pewnych propozycji dydaktycznych związanych z algorytmizacją, dotyczących kształcenia nauczycieli. Taki cel rozprawy uważam za uzasadniony ze względu na miejsce, jakie kształcenie nauczycieli zajmuje w systemie edukacji. Przystępuję do omówienia poszcze-gólnych części rozprawy.

We wstępie autorka przedstawia motywacje sięgające koncepcji dotyczą-cych algorytmizacji sformułowanych przez Zofię Krygowską w 1977 r., wska-zuje cel rozprawy i omawia jej strukturę.

Rozdział pierwszy pt. „Algorytmizacja w nauczaniu matematyki” zawiera dyskusję koncepcji związanych z algorytmizacją wysuwanych od lat siedem-dziesiątych XX w. przez polskich dydaktyków matematyki: Zofię Krygow-ską, Tadeusza Ramsa, Wandę Nowak, Zenona Moszniera. Następnie autorka

przechodzi do omówienia pojęcia algorytmu, w tym jego różnych definicji i form prezentacji, ze szczególnym uwzględnieniem zastosowań w dydaktyce matematyki. Analizuje cele nauczania matematyki oraz dokonuje przeglądu podręczników szkolnych pod względem związków z algorytmizacją.

W rozdziale drugim pt. „Modelowanie matematyczne jako typ algorytmizacji” autorka szczegółowo przedstawia badania dotyczące modelowania matematycznego prowadzone obecnie w wielu krajach, porównuje różne koncepcje odnośnie poszczególnych elementów procesu modelowania oraz zależności między nimi. Omawia współczesne poglądy na znaczenie modelowania w nauczaniu szkolnym, dotychczasowe doświadczenia w tym zakresie oraz sposoby traktowania zagadnienia algorytmizacji jako elementu modelowania.

Część teoretyczną rozprawy kończy krótki trzeci rozdział pt. „Kompetencje przyszłych nauczycieli sugerowane przez literaturę dydaktyczną”, w którym autorka podsumowuje wyniki badań dotyczących pożądanych ogólnych kompetencji nauczycieli matematyki oraz kompetencji informatycznych nauczycieli wszystkich przedmiotów.

Badania przeprowadzone przez autorkę są omówione w części badawczej rozprawy składającej się z dwóch obszernych rozdziałów: czwartego pt. „Badania wstępne” i piątego pt. „Badania właściwe”.

Badania wstępne zostały przeprowadzone przez autorkę w latach 2013 – 2015. W pierwszym etapie została zbadana umiejętność studentów zbudowania modelu sytuacji z życia codziennego dotyczącej wyliczenia kosztu planowanej wycieczki szkolnej przypadającego na jednego uczestnika. Badane były dwie grupy studentów matematyki kierunków nauczycielskich, przy czym jedna grupa miała opracować „schemat”, a druga „algorytm”. W rozprawie jest przeprowadzona szczegółowa analiza rozwiązań studentów odnośnie uwzględnianych danych, precyzji zapisu i wyboru sposobu zapisu. Okazało się, że określenie konkretnej formy modelu jako algorytmu przełożyło się na lepsze zrozumienie polecenia przez studentów. Drugi etap badań wstępnych został przeprowadzony na zajęciach wprowadzających w tematykę modelowania matematycznego, na których m.in. zostały omówione modele o różnym stopniu poprawności utworzone przez studentów w pierwszym etapie badań. Elementem tego etapu była też ankieta dotycząca modelowania matematycznego. W trzecim etapie autorka przetestowała propozycję Zofii Krygowskiej z 1977 r. realizacji konstrukcji geometrycznych w postaci algorytmów. W badaniu uczestniczyli uczniowie I klasy gimnazjum.

Na podstawie wyników badań wstępnych autorka rozprawy opracowała propozycje dydaktyczne dotyczące wprowadzenia studentów matematyki

kierunków nauczycielskich w zagadnienia modelowania matematycznego i algorytmizacji, które poddała weryfikacji w badaniach właściwych, przeprowadzonych w 2016 r. Opracowane zadania dotyczyły:

- uproszczonej wersji wycieczki szkolnej,
- obliczenia ilości wody wypijanej przez rodzinę w ciągu tygodnia,
- uzupełnienia lub stworzenia schematu blokowego rozstrzygającego, czy czworokąt jest równoległobokiem, prostokątem, czy kwadratem,
- rozwiązania równania $ax^2 + bx + c = 0$,
- rozpoznania wzajemnego położenia dwóch okręgów,
- wyznaczenia równania symetralnej odcinka,
- rozwiązania nierówności $ax^2 + bx + c > 0$,
- określenia liczby puszek farby potrzebnej do pomalowania pomieszczenia.

Szczegółowa analiza rozwiązań została przeprowadzona w dalszej części rozdziału piątego.

Wnioski z badań zebrane są w rozdziale szóstym. Autorka stwierdza, że koncepcja spełniła swoje założenia. Formułuje wnioski związane z posiadany-
mi przez studentów brakami w kompetencjach oraz możliwościami skutecznego nauczania algorytmizacji.

W „Zakończeniu” autorka dokonuje podsumowania rozprawy i formułuje zagadnienia mogące stanowić kierunek dalszych badań.

Recenzowana rozprawa jest napisana starannie, choć występują nieliczne błędy językowe i niekonsekwencje interpunkcji.

Mam jedynie kilka drobnych uwag merytorycznych:

1. Przypisywanie Euklidesowi spostrzeżenia (w podrozdziale 1.3.2 na stronie 14), że „gdy mniejsza z liczb jest równa zero, to największy wspólny dzielnik jest równy drugiej z nich” jest, moim zdaniem, nieuprawnione. Euklides nie operował liczbą zero.
2. Jeśli intencją zadania 4c) na stronie 161 było uzyskanie dodatkowej informacji, czy czworokąt jest równoległobokiem, jak pisze autorka na stronie 178, to powinno to być określone w treści zadania.

3. W podrozdziale 5.3.6 na stronie 183 przypadek okręgów rozłącznych wewnętrznie autorka oznacza jako $B \subset A$. Te okręgi są zbiorami rozłącznymi, okrąg B jest natomiast zawarty w kuli otwartej wyznaczonej przez okrąg A , por. algorytm na stronie 53 (przy innych oznaczeniach).
4. W algorytmie na stronie 185 instrukcja warunkowa $x_A = x_B$ jest niepotrzebna, chyba że chodzi o specjalne wydzielenie przypadku symetralnej równoległej do osi Ox .

Usterki o charakterze typograficznym:

- s. 13, w. 7 od dołu, powinno być: „przypisuje”,
- s. 18, w. 15 od dołu, powinno być: „niniejszej”,
- s. 20, w. 6 od góry, powinno być: „zapisuje”,
- s. 21, w. 13 od dołu, powinno być: „określone funkcje” lub „określoną funkcję”,
- s. 23, rys. 4, przy instrukcji warunkowej „ $k > 0$ ” brakuje opisu opcji: „TAK”, „NIE”,
- s. 27, w. 16 od góry, powinno być: „jej”,
- s. 33, w. 15 od góry, powinno być: „przez”,
- s. 64, w. 10 od góry, powinno być: „Turnau”,
- s. 70, w. 13 od dołu, powinno być: „formę”,
- s. 76, w. 20 od góry, powinno być: „brakowi”,
- s. 80, w. 4, 5 od dołu, powinno być: „Luksemburga”,
- s. 83, w. 5 od dołu, powinno być: „matematycznego”,
- s. 85, w. 5 od dołu, powinno być: „potrafi”,
- s. 85, w. 2 od dołu, powinno być: „metoda”,
- s. 87, w. 5 od dołu, powinno być: „podaaje”,
- s. 90, w. 15 od góry, powinno być: „jak”,
- s. 95, w. 1 od góry, zamiast: „a_liczba” powinno być: „a_ilosc”,

- s. 95, rys. 36, zamiast: „ $\text{gratis} < 0$ ” powinno być: „ $\text{gratis} > 0$ ”,
- s. 102, w. 20 od góry, powinno być: „konieczność”,
- s. 112, w. 3 od góry, powinno być: „samym”,
- s. 114, w. 3 od góry, powinno być: „zależności”,
- s. 123, w. 1 od dołu, powinno być: „modelowania”,
- s. 160, w. 9 od góry, powinno być: „odpowiedź”,
- s. 203, w. 9 od dołu, należy usunąć: „w”,
- s. 204, w. 17 od dołu, powinno być: „start”,
- s. 224, w. 16 od góry, powinno być: „poprzez”,
- s. 263, w. 17 od góry, powinno być: „matematycznym”,
- s. 267, w. 13 od góry, powinno być: „możliwości”.

Konkluzja. W mojej ocenie w części teoretycznej mgr Anna Pyzara omówiła obszar zagadnień związanych z tematyką recenzowanej rozprawy w sposób przemyślany i wyczerpujący. Świadczy to o jej dobrej ogólnej wiedzy teoretycznej w zakresie tej tematyki. W części badawczej rozprawy mgr Anna Pyzara opracowała spójną koncepcję zawierającą propozycje dydaktyczne związane z algorytmizacją, dotyczące kształcenia nauczycieli, a także ją zwerifikowała w przeprowadzonych badaniach. Elementy tej koncepcji zostały opublikowane w czterech samodzielnych pracach naukowych – trzech w j. angielskim i jednej w j. polskim. Na tej podstawie stwierdzam, że recenzowana rozprawa stanowi oryginalne rozwiązanie problemu naukowego, a mgr Anna Pyzara posiada umiejętność samodzielnego prowadzenia pracy naukowej.

Uważam, że rozprawa mgr Anny Pyzary spełnia warunki określone w art. 13 ust. 1 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki. Wnoszę o przyjęcie recenzowanej rozprawy i dopuszczenie jej do obrony.

Robert Zdzienicka

dr hab. Piotr Jędrzejewicz
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Mikołaja Kopernika
w Toruniu

Toruń, 1 września 2017 r.

Recenzja

rozprawy doktorskiej mgr Anny Pyzary
pt. „Algorytmizacja jako aktywność i umiejętność matematyczna”

Recenzowana rozprawa doktorska została przygotowana na Wydziale Matematyczno-Fizyczno-Technicznym Uniwersytetu Pedagogicznego im. Komijsi Edukacji Narodowej w Krakowie, pod opieką naukową dr hab. Ewy Swo-body, prof. Uniwersytetu Rzeszowskiego. Rozprawa liczy 279 stron, składa się ze wstępu, trzech rozdziałów stanowiących część teoretyczną, dwóch rozdzia-łów stanowiących część badawczą, krótkiego rozdziału zawierającego wnioski z przeprowadzonych badań oraz zakończenia będącego podsumowaniem roz-prawy. Bibliografia składa się ze 117 pozycji, 4 odsyłaczy do stron interneto-wych oraz spisu wykorzystanych podręczników i materiałów dydaktycznych: 23 do szkoły podstawowej, 40 do gimnazjum i 16 do szkół ponadgimnazjal-nych.

Tematyka rozprawy dotyczy algorytmizacji jako jednej z kluczowych umie-jętności w ramach modelowania matematycznego. Jest to aktualna, żywa tematyka, co ma związek przede wszystkim z systematycznym wzrostem za-stosowań komputerów w ciągu ostatnich kilkudziesięciu lat. Celem rozprawy jest przedstawienie i przeanalizowanie pewnych propozycji dydaktycznych związanych z algorytmizacją, dotyczących kształcenia nauczycieli. Taki cel rozprawy uważam za uzasadniony ze względu na miejsce, jakie kształcenie nauczycieli zajmuje w systemie edukacji. Przystępuję do omówienia poszcze-gólnych części rozprawy.

We wstępie autorka przedstawia motywacje sięgające koncepcji dotyczą-cych algorytmizacji sformułowanych przez Zofię Krygowską w 1977 r., wska-zuje cel rozprawy i omawia jej strukturę.

Rozdział pierwszy pt. „Algorytmizacja w nauczaniu matematyki” zawiera dyskusję koncepcji związanych z algorytmizacją wysuwanych od lat siedem-dziesiątych XX w. przez polskich dydaktyków matematyki: Zofię Krygow-ską, Tadeusza Ramsa, Wandę Nowak, Zenona Mosznera. Następnie autorka

przechodzi do omówienia pojęcia algorytmu, w tym jego różnych definicji i form prezentacji, ze szczególnym uwzględnieniem zastosowań w dydaktyce matematyki. Analizuje cele nauczania matematyki oraz dokonuje przeglądu podręczników szkolnych pod względem związków z algorytmizacją.

W rozdziale drugim pt. „Modelowanie matematyczne jako typ algorytmizacji” autorka szczegółowo przedstawia badania dotyczące modelowania matematycznego prowadzone obecnie w wielu krajach, porównuje różne koncepcje odnośnie poszczególnych elementów procesu modelowania oraz zależności między nimi. Omawia współczesne poglądy na znaczenie modelowania w nauczaniu szkolnym, dotychczasowe doświadczenia w tym zakresie oraz sposoby traktowania zagadnienia algorytmizacji jako elementu modelowania.

Część teoretyczną rozprawy kończy krótki trzeci rozdział pt. „Kompetencje przyszłych nauczycieli sugerowane przez literaturę dydaktyczną”, w którym autorka podsumowuje wyniki badań dotyczących pożądanych ogólnych kompetencji nauczycieli matematyki oraz kompetencji informatycznych nauczycieli wszystkich przedmiotów.

Badania przeprowadzone przez autorkę są omówione w części badawczej rozprawy składającej się z dwóch obszernych rozdziałów: czwartego pt. „Badania wstępne” i piątego pt. „Badania właściwe”.

Badania wstępne zostały przeprowadzone przez autorkę w latach 2013 – 2015. W pierwszym etapie została zbadana umiejętność studentów zbudowania modelu sytuacji z życia codziennego dotyczącej wyliczenia kosztu planowanej wycieczki szkolnej przypadającego na jednego uczestnika. Badane były dwie grupy studentów matematyki kierunków nauczycielskich, przy czym jedna grupa miała opracować „schemat”, a druga „algorytm”. W rozprawie jest przeprowadzona szczegółowa analiza rozwiązań studentów odnośnie uwzględnianych danych, precyzji zapisu i wyboru sposobu zapisu. Okazało się, że określenie konkretnej formy modelu jako algorytmu przełożyło się na lepsze zrozumienie polecenia przez studentów. Drugi etap badań wstępnych został przeprowadzony na zajęciach wprowadzających w tematykę modelowania matematycznego, na których m.in. zostały omówione modele o różnym stopniu poprawności utworzone przez studentów w pierwszym etapie badań. Elementem tego etapu była też ankieta dotycząca modelowania matematycznego. W trzecim etapie autorka przetestowała propozycję Zofii Krygowskiej z 1977 r. realizacji konstrukcji geometrycznych w postaci algorytmów. W badaniu uczestniczyli uczniowie I klasy gimnazjum.

Na podstawie wyników badań wstępnych autorka rozprawy opracowała propozycje dydaktyczne dotyczące wprowadzenia studentów matematyki

kierunków nauczycielskich w zagadnienia modelowania matematycznego i algorytmizacji, które poddała weryfikacji w badaniach właściwych, przeprowadzonych w 2016 r. Opracowane zadania dotyczyły:

- uproszczonej wersji wycieczki szkolnej,
- obliczenia ilości wody wypijanej przez rodzinę w ciągu tygodnia,
- uzupełnienia lub stworzenia schematu blokowego rozstrzygającego, czy czworokąt jest równoległobokiem, prostokątem, czy kwadratem,
- rozwiązania równania $ax^2 + bx + c = 0$,
- rozpoznania wzajemnego położenia dwóch okręgów,
- wyznaczenia równania symetralnej odcinka,
- rozwiązania nierówności $ax^2 + bx + c > 0$,
- określenia liczby puszek farby potrzebnej do pomalowania pomieszczenia.

Szczegółowa analiza rozwiązań została przeprowadzona w dalszej części rozdziału piątego.

Wnioski z badań zebrane są w rozdziale szóstym. Autorka stwierdza, że koncepcja spełniła swoje założenia. Formułuje wnioski związane z posiadany-
mi przez studentów brakami w kompetencjach oraz możliwościami skutecznego nauczania algorytmizacji.

W „Zakończeniu” autorka dokonuje podsumowania rozprawy i formułuje zagadnienia mogące stanowić kierunek dalszych badań.

Recenzowana rozprawa jest napisana starannie, choć występują nieliczne błędy językowe i niekonsekwencje interpunkcji.

Mam jedynie kilka drobnych uwag merytorycznych:

1. Przypisywanie Euklidesowi spostrzeżenia (w podrozdziale 1.3.2 na stronie 14), że „gdy mniejsza z liczb jest równa zero, to największy wspólny dzielnik jest równy drugiej z nich” jest, moim zdaniem, nieuprawnione. Euklides nie operował liczbą zero.
2. Jeśli intencją zadania 4c) na stronie 161 było uzyskanie dodatkowej informacji, czy czworokąt jest równoległobokiem, jak pisze autorka na stronie 178, to powinno to być określone w treści zadania.

3. W podrozdziale 5.3.6 na stronie 183 przypadek okręgów rozłącznych wewnętrznie autorka oznacza jako $B \subset A$. Te okręgi są zbiorami rozłącznymi, okrąg B jest natomiast zawarty w kuli otwartej wyznaczonej przez okrąg A , por. algorytm na stronie 53 (przy innych oznaczeniach).
4. W algorytmie na stronie 185 instrukcja warunkowa $x_A = x_B$ jest niepotrzebna, chyba że chodzi o specjalne wydzielenie przypadku symetralnej równoległej do osi Ox .

Usterki o charakterze typograficznym:

- s. 13, w. 7 od dołu, powinno być: „przypisuje”,
- s. 18, w. 15 od dołu, powinno być: „niniejszej”,
- s. 20, w. 6 od góry, powinno być: „zapisuje”,
- s. 21, w. 13 od dołu, powinno być: „określone funkcje” lub „określoną funkcję”,
- s. 23, rys. 4, przy instrukcji warunkowej „ $k > 0$ ” brakuje opisu opcji: „TAK”, „NIE”,
- s. 27, w. 16 od góry, powinno być: „jej”,
- s. 33, w. 15 od góry, powinno być: „przez”,
- s. 64, w. 10 od góry, powinno być: „Turnau”,
- s. 70, w. 13 od dołu, powinno być: „formę”,
- s. 76, w. 20 od góry, powinno być: „brakowi”,
- s. 80, w. 4, 5 od dołu, powinno być: „Luksemburga”,
- s. 83, w. 5 od dołu, powinno być: „matematycznego”,
- s. 85, w. 5 od dołu, powinno być: „potrafi”,
- s. 85, w. 2 od dołu, powinno być: „metoda”,
- s. 87, w. 5 od dołu, powinno być: „podaje”,
- s. 90, w. 15 od góry, powinno być: „jak”,
- s. 95, w. 1 od góry, zamiast: „a_liczba” powinno być: „a_ilosc”,

- s. 95, rys. 36, zamiast: „ $\text{gratis} < 0$ ” powinno być: „ $\text{gratis} > 0$ ”,
- s. 102, w. 20 od góry, powinno być: „konieczność”,
- s. 112, w. 3 od góry, powinno być: „samym”,
- s. 114, w. 3 od góry, powinno być: „zależności”,
- s. 123, w. 1 od dołu, powinno być: „modelowania”,
- s. 160, w. 9 od góry, powinno być: „odpowiedź”,
- s. 203, w. 9 od dołu, należy usunąć: „w”,
- s. 204, w. 17 od dołu, powinno być: „start”,
- s. 224, w. 16 od góry, powinno być: „poprzez”,
- s. 263, w. 17 od góry, powinno być: „matematycznym”,
- s. 267, w. 13 od góry, powinno być: „możliwości”.

Konkluzja. W mojej ocenie w części teoretycznej mgr Anna Pyzara omówiła obszar zagadnień związanych z tematyką recenzowanej rozprawy w sposób przemyślany i wyczerpujący. Świadczy to o jej dobrej ogólnej wiedzy teoretycznej w zakresie tej tematyki. W części badawczej rozprawy mgr Anna Pyzara opracowała spójną koncepcję zawierającą propozycje dydaktyczne związane z algorytmizacją, dotyczące kształcenia nauczycieli, a także ją zwerifikowała w przeprowadzonych badaniach. Elementy tej koncepcji zostały opublikowane w czterech samodzielnych pracach naukowych – trzech w j. angielskim i jednej w j. polskim. Na tej podstawie stwierdzam, że recenzowana rozprawa stanowi oryginalne rozwiązanie problemu naukowego, a mgr Anna Pyzara posiada umiejętność samodzielnego prowadzenia pracy naukowej.

Uważam, że rozprawa mgr Anny Pyszary spełnia warunki określone w art. 13 ust. 1 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki. Wnoszę o przyjęcie recenzowanej rozprawy i dopuszczenie jej do obrony.

Robert Jedniewicz