



**WYDZIAŁ
MATEMATYKI
i INFORMATYKI**

Uniwersytet Łódzki

Łódź, dnia 14 czerwca 2017 r.

Prof. dr hab. Ryszard J. Pawlak
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Łódzki
ul. Banacha 22, 90-238 Łódź
e-mail: rpawlak@math.uni.lodz.pl

RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

ALGORYTMIZACJA JAKO AKTYWNOŚĆ I UMIEJĘTNOŚĆ MATEMATYCZNA

AUTOR: ANNA PYZARA

PROMOTOR: DR HAB. EWA SWOBODA

Przedstawiona do oceny praca jest dość obszerną rozprawą (279 stron), której treść opiera się zarówno na badaniach Doktorantki, jak też (pierwsza część) na faktach zaczerpniętych m. in. z bogatej literatury (spis literatury zawiera 117 pozycji, 4 pozycje stron internetowych i 79 podręczników szkolnych). W celu uniknięcia nadmiernego rozbudowania recenzji nie będę szczegółowo omawiał zawartości poszczególnych fragmentów pracy na rzecz ogólnego opisu najważniejszych elementów wraz z uwagami oceniającymi (być może subiektywnymi). Przyjęcie tej zasady ma jednak pewną wadę: bardziej uwypuklone są usterki i wątpliwości recenzenta niż zalety pracy. Fakt ten należy wziąć pod uwagę przy czytaniu tego dokumentu.

Zgodnie z tym co Autorka napisała we Wstępie: *Rozprawa składa się z dwóch części: teoretycznej oraz badawczej. Część teoretyczna zawiera omówienie podstawowych pojęć stosowanych w pracy (takich, jak np. algorytm, schemat blokowy, pseudokod, matematyzacja, itp.), omówienie genezy (krótki rys historyczny) pojęcia algorytm oraz odniesienie algorytmizacji i modelowania matematycznego do nauczania szkolnego. Część badawcza zawiera natomiast opis badań wstępnych oraz badań właściwych (str. 6). Cel tej pracy jest zasygnalizowany w dwóch ostatnich akapitach kończących Wstęp: *Wynikiem całej pracy jest więc gotowa propozycja dydaktyczna przygotowania studentów kierunków nauczycielskich do realizacji zagadnienia modelowania matematycznego (w odniesieniu do nauczania), w której to propozycji algorytmizowanie pełni zasadniczą rolę. Rozprawę kończy lista wniosków, jakie udało się wyciągnąć w wyniku przeprowadzonego rozpoznania. Wskazuję tam również kierunki dalszych badań.**

Mam pewną wątpliwość co do pierwszego zdania Wstępu: *We współczesnym nauczaniu nieco zapomniano o dydaktycznych korzyściach płynących z wykorzystania umiejętności algorytmizacji w kształceniu matematycznym, o których pisała Zofia Krygowska. W moim*

przekonaniu zapisy w tej pracy na stronach 32-50 wydają się przeczyć tej tezie. We współczesnej szkole dane zagadnienia realizowane są w ramach różnych przedmiotów. Należałoby zatem tezę tę przeanalizować również w kontekście zajęć informatycznych (uczniów i studentów). Na podkreślenie zasługuje jednak fakt, że Autorka opiera się na tezach znanego informatyka prof. M. Sysło cytowanych m. in. na str. 13. Niemniej jednak tezy tej rozprawy są tezami Autorki (nawet jeśli są zapożyczone), więc wspomniana wyżej analiza wydaje się niezbędnym uzupełnieniem przy formułowaniu tak radykalnego sądu.

Część teoretyczna pracy wskazuje, że p. A. Pyzara dobrze i starannie przygotowywała się do pracy nad problemami związanymi z algorytmizacją. Z dużym uznaniem należy odnieść się do Jej starań w pokazywaniu różnych spojrzeń (określeń, definicji, analizy problemów dydaktycznych, itp.) związanych z algorytmizacją i modelowaniem matematycznym (matematyzacją). Wymagało to dużego nakładu pracy i sporej cierpliwości. Jednocześnie był to niezbędny element przygotowań do prowadzonych badań. Niemniej jednak można mieć pewne zastrzeżenia do niektórych zapisów. Przykładowo na str. 15 - jeśli ma to być algorytm, to moim zdaniem, bezpośrednio po pierwszej równości należałoby rozważyć przypadek, gdy $r_1=0$, bo następny krok sugeruje „dzielenie przez r_1 ”. Na tej samej stronie pojawia się również pojęcie *pseudokodu*, które zostało zdefiniowane dopiero 10 stron dalej.

Pewne wątpliwości budzi również wymienienie jako cechy algorytmów *elementarność operacji* (str. 18 i 19). W kontekście podanym przez Autorkę jest to raczej żądanie związane z osobami uczestniczącymi w pracy nad algorytmem niż z samym algorytmem. Przyjęcie tego założenia rzutowało na koncepcję budowania zadań w prowadzonych badaniach. W moim przekonaniu były one nadmiernie proste. W przypadku studentów nie sprzyjało to głębszej analizie problemu, a tym samym mogło być podstawą pewnego lekceważenia zadań. Potwierdzeniem tego może być fragment analizy prac studentów zamieszczony na str. 97: *Cechą wielu prac jest to, iż ich autorzy potraktowali to ćwiczenie bardziej jako problem z życia codziennego niż jako zadanie matematyczne. Wtedy zastosowanie narzędzi matematycznych, języka oraz typowego matematycznego myślenia było marginalne*. Na str. 75 znajdujemy zdanie odnoszące się do modelowania matematycznego: *Często konieczne jest samodzielne zdobycie danych, pomiarów lub odkrycie zależności opisujących modelowane zjawisko*. Dlaczego zatem nie stanowiło to podstawy budowania zadań dla studentów? Do problematyki tej powrócę jeszcze w dalszej części recenzji.

Na str. 23 Autorka napisała: *Drzewo algorytmu jest uproszczonym rodzajem schematu blokowego*. Zgodnie z powszechnie obowiązującą definicją: drzewo jest to acykliczny i spójny graf nieskierowany. W tym przypadku trzeba byłoby mówić o „drzewach skierowanych”(?). Rozumiejąc, że w zamyśle Autorki był to tylko pewien kolokwializm, to jednak w pracy naukowej należałoby się wystrzegać tego typu nieścisłości lub podać własną definicję drzewa sygnalizując różnice z powszechnie przyjętym określeniem. Pewien dyskomfort budzi również wymienne stosowanie nazwy „drzewo” i „drzewko” (np. str. 35). Używanie zdrobnień w pracach naukowych nie jest wskazane. Myślę też, że warto byłoby dokładniej omówić problem pseudokodu, ze szczególnym uwzględnieniem faktu, iż schemat blokowy jest graficzną formą (przykładem, interpretacją) pseudokodu.

Z dużym zainteresowaniem przeczytałem fragmenty pracy dotyczące zalet algorytmizacji z punktu widzenia nauczania matematyki. Uważam, że Autorka włożyła sporo wysiłku w analizę i opracowanie tego zagadnienia. Oczywiście, jako naukowiec, mam również swoją koncepcję analizy tego tematu. Myślę, że warto byłoby przedyskutować np. analizę istniejących algorytmów (w tym również zbudowanych przez uczniów i studentów) pod kątem rozumienia instrumentalnego i racjonalnego (Skemp R., *Relational understanding and instrumental understanding*, 1977).

Bardzo interesująca jest moim zdaniem część pracy dotycząca modelowania matematycznego (matematyzacji). To trudny i bardzo złożony problem związany z kontekstem realistycznym. Zgadzam się ze zdaniem (cytowanym w pracy za J. Perrenet i B. Zwaneveld): *nauczanie modelowania matematycznego jest trudnym zajęciem zarówno w nauczaniu szkolnym jak i uniwersyteckim*. Jednocześnie zabrakło mi dostrzeżenia i szerszej analizy pewnej rozbieżności między stwierdzeniami (str. 77-78): *Pocieszającym jest, że w literaturze światowej możemy znaleźć wiele cennych informacji dotyczących sposobów uczenia modelowania oraz sygnalizowanym na str. 76-77 problemach związanych z nauczaniem modelowania matematycznego, wyrażanymi np. poprzez sentencje (str. 76): brak materiałów dydaktycznych (brak dostępu do właściwych problemów, zadań dotyczących modelowania) oraz kilka linijek niżej niewystarczająca ilość odpowiednich (właściwych) przykładów*. W moim przekonaniu potrzebne byłoby tutaj głębsze rozważenie rzeczywistych problemów, ze szczególnym uwzględnieniem specyfiki polskiej szkoły, w tym uwzględnienie faktów podanych w podręcznikach, które wcześniej były cytowane.

Podobały mi się rozważania Autorki dotyczące kompetencji przyszłych nauczycieli, które były sugerowane przez literaturę dydaktyczną, w tym ich kompetencje informatyczne. Jedyne co mogę zasugerować na przyszłość to zachowanie pewnej ostrożności. Zgadzając się z tezą, że kompetencje nauczycieli muszą dotyczyć zarówno zagadnień merytorycznych, jak też aspektów psychologicznych i oddziaływań interpersonalnych, to z moich obserwacji wynika, że ich przygotowanie w żadnym z tych zakresów nie jest wystarczające (np. problem rozwiązywania zadań olimpijskich, popularyzacja współczesnych osiągnięć matematycznych, itp.). Z pewną nieufnością podchodzę też do stwierdzenia (str. 90): *lepszą znajomość nowoczesnych urządzeń i oprogramowania służącego do nauczania matematyki (programów i aplikacji) pozwala odkrywać algorytmy, według których działają te pomoce dydaktyczne*. Większość aplikacji działa „w tle” i użytkownik nie może obserwować używanych algorytmów.

Badania właściwe zostały poprzedzone, zgodnie ze sztuką prac w zakresie dydaktyki matematyki, badaniami wstępnymi. Należy od razu podkreślić, że p. A. Pyzara bardzo solidnie podeszła do prac w tym zakresie, tworząc interesujące narzędzia badawcze oraz starając się dokładnie przeanalizować uzyskane wyniki. Istotne jest m. in. rozróżnienie w badaniach podejścia studentów do zadań z użyciem albo słowa „schemat” albo „algorytm”. W moim przekonaniu stworzyło to dobre podstawy do kontynuacji badań, choć niektóre wnioski w niewielkim stopniu mogły być przydatne w dalszych pracach, z czego Autorka zdawała sobie sprawę. Dowodzi tego cytat ze str. 153. *Dlatego też omawiane zadanie oraz przykładowe uczniowskie rozwiązania stanowią dobry materiał do pracy ze studentami – przyszłymi nauczycielami. Pokazuje, że bazowanie na intuicji i języku wizualnym jest niebezpieczne. Może być także punktem wyjścia do poszukiwania odpowiedzi na pytanie: jak zbalansować intuicję i precyzję wypowiedzi? Ten jakże istotny problem dydaktyczny jednak znacząco odbiega od celów opisywanych tu badań*.

Jak zawsze w przypadku tego typu badań powstają pytania i wątpliwości, które nie zawsze należy interpretować w kategorii błędów lub usterek, a często w formie dalszych wyzwań badawczych.

Zajmijmy się najpierw podstawowym narzędziem badawczym opisanym na str. 92. Na str. 95 przedstawiony jest algorytm (schemat blokowy) przedstawiający przykładowe rozwiązanie tego problemu (rozumiem, że jest to rozwiązanie wzorcowe). Niestety na czytelnika Autorka zastawiła pewne pułapki. Długo zastanawiałem się dlaczego konsekwencją odpowiedzi TAK na pytanie $n < 15$ jest STOP? Wyjaśnienie jest dopiero na następnej stronie: *liczba uczniów mniejsza niż 15 powoduje, że wycieczka się nie odbędzie*. Myślę, że taka informacja powinna być wpisana, jako „dane wejściowe” na str. 92. Zaskakujące jest rozważanie predykantu: gratis „ < 0 ”.

W całej analizie badań brakuje mi refleksji nad tym, że być może dla studentów zadania były zbyt łatwe matematycznie i dlatego nie spełniło się oczekiwanie Autorki wyartykułowane na str. 111 (wcześniej podobne stwierdzenie pojawiło się na str. 97): *Głównym celem badania nr 1 było sprawdzenie czy studenci potrafią stworzyć matematyczny opis sytuacji znanej z życia codziennego. Oczekiwałam, iż badani potraktują postawiony przed nimi problem jako zadanie matematyczne, a nie do końca tak się stało.*

Istotą badania nr 1 było zastanowienie się, jak studenci zinterpretują słowo „schemat”. Można przypuszczać, że mogło ono być odczytane, jako przyzwolenie do opisu mało precyzyjnego, stąd efekt, który Autorka wyraża (str. 111): *Podsumowując analizę zebranego materiału badawczego pod względem precyzji zapisu zależności między danymi można stwierdzić, iż kompetencje studentów w tym zakresie nie są wystarczające.* Pewną odpowiedzią jest jednak informacja zawarta na str. 114 odnosząca się do wyników badania 2: *Wprowadzenie słowa „algorytm” największy wpływ wywarło na formę prezentacji modelu.*

W moim przekonaniu, w kontekście dalszych badań, istotna jest uwaga Autorki zamieszczona we wnioskach z pierwszego etapu badań (str. 119): *Badani studenci teoretycznie posiadali zakres umiejętności potrzebnych do wykonania zadania. W trakcie studiów zapoznali się z podstawową wiedzą dotyczącą algorytmizacji, mimo to nie poradzili sobie z analizowanym zadaniem.* Jako konsekwencję tych słów zapiszę pewną hipotezę, która wynika również z moich wieloletnich obserwacji i oznaczę ją symbolem (H), na który później będę się powoływał:

- (H) Ogólne wartości takie, jak wiedza, sprawności i umiejętności w przypadku ok. 80% studentów zostają w ogromnej mierze zatracone w krótkim czasie po zakończeniu egzaminu z danego przedmiotu. W dalszym toku edukacji studenci nie potrafią powracać i wykorzystywać kompetencji osiągniętych wcześniej przy pracy nad bieżącymi zagadnieniami.

Nieco zaskakujący jest wniosek zapisany przez Autorkę na str. 127: *... nie ma co łudzić się, iż studenci samoistnie zdobędą pozamatematyczne kompetencje związane z modelowaniem matematycznym, lecz należy wprost ukazywać im różnicę w podejściu do zadań nie obliczeniowych, wymagających analizy sytuacji rzeczywistej, gdzie istotny jest czynnik decyzyjny dotyczący m.in. selekcji informacji.* Nie wkraczając w dyskusję pisowni „nie obliczeniowych”, chciałbym zwrócić jedynie uwagę, że trudno uznać „modelowanie matematyczne” za „kompetencje pozamatematyczne” (sama nazwa wskazuje na związek z matematyką). Ja nie jestem zwolennikiem rozdzielnia takich kompetencji. Jeszcze bardziej dyskusyjne wydaje mi się dalsze stwierdzenie: *Pocieszającym jest fakt (potwierdzany przez badaczy modelowania matematycznego), iż można skutecznie nauczać tych umiejętności wykraczających poza czystą matematykę, co niesie za sobą liczne korzyści dydaktyczne.* W tym przypadku, w kontekście hipotezy (H), istotne jest doprecyzowanie znaczenia słowa „skutecznie”.

Kilka słów o komentarzach Autorki zamieszczonych na str. 140-141. Zgadzam się ze stwierdzeniem: *Przeprowadzone badanie nr 4 pokazało, iż studenci mogą uczyć się elementów modelowania analizując i porównując przykłady modeli tej samej sytuacji, będące na różnym poziomie poprawności.* Gdyby jednak przyjąć jakikolwiek wariant hipotezy (H), to warto byłoby rozszerzyć obszar badawczy o późniejsze sprawności studentów (np. po upływie roku). Zabrakło mi również pewnych konsekwencji spojrzenia na wniosek (str. 141): *Studenci w bardzo małym stopniu są wyczuleni na weryfikację raz zbudowanego modelu.* To bardzo ważne spostrzeżenie nie zostało poddane dostatecznie głębokiej analizie. Po pierwsze: mogło to być wynikiem zbyt prostych zadań (nie odczuwano potrzeby dokonywania weryfikacji). Po drugie doskonałym bodźcem do tego typu działań jest konieczność zbudowania programu komputerowego w oparciu o zbudowany przez siebie algorytm i wykonywanie za jego pomocą stosownych obliczeń. Wówczas studenci (lub uczniowie) dostrzegają niedociągnięcia swoich propozycji. Ogromnie żałuję, że Autorka nie spróbowała tej drogi działań. Dotyczy to również badań

opisanych w dalszej części pracy, np. stwierdzenia zamieszczonego na str. 145: *Podstawowym błędem w pracach było nie rozważenie wszystkich możliwych rozwiązań*. Dodatkowym „bonusem” takiego zabiegu jest pokazanie studentom (uczniom) celowości pracy nad algorytmizowaniem i modelowaniem.

Analizując trzeci etap badań największym moim problemem była odpowiedź na pytanie: po co został on przeprowadzony (uczniowie gimnazjum)? Oczywiście można domyślać się idei Autorki, ale wydaje mi się, że w kontekście badań właściwych przeprowadzonych wśród studentów, ten fakt należało wyjaśnić dokładniej.

Podobnie, jak w kilku innych miejscach, doktorantka zastawia pułapki na czytelnika (nie tylko na osoby badane). W liście umiejętności (str. 148) brakuje (chyba??) punktu 1B (który w moim domyśle powinien brzmieć: zaznacz punkt B). Gdy czytamy tę listę, zastanawiamy się (2AB) jak narysować odcinek łączący *A* i *B*. Moje rozwiązanie zagadki powstało na podstawie zamieszczonego dalej Ćwiczenia 1 - tam pojawia się 1B.

Na stronach 153-155 p. A. Pyzara przedstawiła szereg wniosków podsumowujących badania wstępne oraz wskazujące na kierunki badań właściwych, w tym tworzenia narzędzi badawczych. Z szacunkiem należy odnieść się do ustaleń Autorki. Nie byłbym jednak naukowcem, gdybym nie spróbował własnego spojrzenia na przedstawione tutaj fakty. Pierwsza rzecz, to powtarzanie wcześniejszych ustaleń typu: *algorytmizacji i modelowania matematycznego można nauczać – są pozytywne efekty prowadzenia tej formy zajęć ze studentami oraz studenci mogą uczyć się elementów modelowania analizując i porównując przykłady modeli tej samej sytuacji, będące na różnym poziomie poprawności*. W podobnym tonie można znaleźć zapisy również w dalszej części pracy. W takim razie ja też muszę powrócić do pytania o znaczenie tych informacji w kontekście hipotezy (H) - czy efekty takie mają charakter chwilowy, czy np. po upływie roku inni naukowcy prowadząc swoje badania w tej samej grupie osób nie dojdą do wniosku, że badani nie potrafią ... Na str. 154 Autorka zaznacza: *badania dotyczące algorytmicznego podejścia do konstrukcji geometrycznych wymagają wnikliwej analizy użytego tam języka matematycznego, dlatego też ten aspekt nie będzie rozważany w dalszej części badań*. To trochę dziwne stwierdzenie i wymagałoby dokładniejszego wyjaśnienia. Wnioski nasze z pewnością będą niepełne, jeśli będziemy analizować tylko najprostsze sytuacje. Osobiście uważam, że powinniśmy zbadać i nauczać modelowania matematycznego (algorytmizowania) w sytuacjach nowych i bardziej złożonych zarówno od strony samego problemu (np. koszt krańcowy w ekonomii lub pewne zagadnienia z fizyki, chemii lub astronomii), jak też w odniesieniu do narzędzi matematycznych.

Od str. 157 Autorka opisuje i analizuje badania właściwe. W ramach tych badań studenci II roku uzupełniających studiów magisterskich z matematyki o specjalizacji nauczycielskiej (*Matematyka z informatyką*) uczestniczyli w 3 zajęciach (po 90 minut każde). W kontekście organizacji badań zabrakło mi pełnej informacji wstępnej o grupie osób badanych (w pewnym sensie powracam do tego problemu w dalszej części recenzji, analizując „reprezentatywność” grupy osób badanych). Autorka napisała: *Liczba uczestników na zajęciach minimalnie się różniła – w zajęciach I i III uczestniczyło 16 osób, zaś w II zajęciach udział wzięło 17 osób*. Pytanie podstawowe wyrażone w języku matematycznym – jaka była liczebność części wspólnej studentów uczestniczących w badaniach? Domyślnie przyjmuję, że była to liczba 16(?). Dalej czytamy w pracy: *Studenci ci na zajęciach z informatyki mieli poruszane zagadnienie algorytmów*. W tym przypadku (nie tylko odnosząc się do hipotezy (H)) warto spytać o zakres omawiania tych zagadnień; wskazane było ustalenie, do czego odnosiły się te algorytmy. Wyraz „poruszane” jest bardzo nieprecyzyjny, co utrudnia interpretację otrzymanych wyników.

Trochę zaskakujące jest zbyt lakoniczne wskazanie celów badań. Na str. 157 zostało napisane (podkreślenie recenzenta): *Badania właściwe były ukierunkowane na weryfikację pewnej*

koncepcji kształcenia studentów kierunków nauczycielskich dotyczącej nauczania matematyki z wykorzystaniem algorytmizacji. Koncepcja ta jest ściśle związana z problematyką modelowania matematycznego, którego algorytmizacja jest jedną z form. Na str. 164 można natomiast przeczytać: Ogólnym celem badań była weryfikacja pewnej koncepcji dydaktycznej dotyczącej wprowadzania studentów kierunków nauczycielskich w problematykę wykorzystania modelowania matematycznego (w szczególności algorytmizacji) w nauczaniu matematyki. Wcześniej na str. 121 było zapisane: Celem drugiego etapu badań była wstępna weryfikacja pewnej koncepcji dydaktycznej dotyczącej wprowadzania studentów kierunków nauczycielskich w problematykę modelowania matematycznego, z wykorzystaniem algorytmizacji [...] Zamierzałam rozpoznać czy przyszli nauczyciele matematyki są w stanie osiągnąć kompetencje związane z algorytmizacją (modelowaniem matematycznym) (lub ich część), przy niewielkim nakładzie czasu poświęconym temu zagadnieniu (3 jednostki lekcyjne). Można domyślać się o jaką koncepcję chodziło, ale przedstawiając do oceny tę pracę, dobrze byłoby dokładnie określić, zarówno jej idee, założenia, jak i cele (wraz z omówieniem problemu mierzalności tych celów). Zwrot „pewnej koncepcji” brzmi dość tajemniczo i jest powtarzany w wielu miejscach (np. str. 171, 249). Pojawia się on nawet na str. 263 w pierwszym zdaniu części 6, zatytułowanej Wnioski. Dopiero w dalszych akapitach tej części Autorka nieco przybliżyła to pojęcie: Podstawą tej koncepcji było głównie tworzenie algorytmów rozwiązujących problemy z życia codziennego oraz znajdujących rozwiązania zagadnień ściśle matematycznych.[...] Opisana koncepcja zakładała zestawienie dwóch sytuacji dotyczących algorytmizacji – algorytmizacji w obrębie samej matematyki oraz algorytmizacji w szerszym kontekście związanej z modelowaniem matematycznym¹.[...] Analiza uzyskanych wyników potwierdza, że zaproponowana koncepcja spełniła swoje założenia. Jest to propozycja, która może być stosowana w kształceniu nauczycieli. W moim przekonaniu jest to zbyt lakoniczne przedstawienie głównej idei tej pracy.

Przedstawiając zadania, które stały się podstawą prowadzonych badań Autorka zasygnalizowała również ich przykładowe rozwiązania. To bardzo ważny element badań pokazujący, że Doktorantka bardzo starannie przygotowywała się do nich. Nie chcę dyskutować wszystkich propozycji, ale chciałbym zwrócić uwagę na niektóre elementy związane z przedstawionymi propozycjami.

Przykładowo na str. 183 i 184 zdecydowanie brakuje rozważenia przypadku okręgów współśrodkowych o równych promieniach (z przedstawionego schematu blokowego wynika, że trzeba byłoby przypisać im określenie: „styczne wewnętrznie”, co byłoby dość dziwne). Nie można też przyjąć zapisu $B \subset A$, co więcej przedstawione na rysunku okręgi są rozłączne!

Autorka używa terminu „specyfikacja algorytmu”. Osobiście, w ujęciu przedstawionym przez Doktorantkę wolałbym „specyfikacja problemu” (być może jest to moje subiektywne spojrzenie na tę terminologię).

Dość dziwne zapisy można znaleźć u góry str. 185. Mamy wyznaczyć symetralną odcinka (czyli prostą). Zapisy dotyczące x_S oraz y_S dotyczą chyba punktów?

Można mieć również pewne zastrzeżenia do zapisów na str. 188 (dot. Zadania 9). Czy ilość zużytej farby może być równa 0 (zastrzeżenie $f \geq 0$)? Zapis $f := 2 \cdot f$ (drugie malowanie) powinien być uzupełniony komentarzem dotyczącym uproszczenia kontekstu realistycznego (wydajność farby przy drugim malowaniu jest zwykle znacznie większa). Przydałoby się również pewne zaokrąglenie przy podawaniu wyniku.

Należy podkreślić, że doktorantka starała się bardzo szczegółowo przeanalizować prace osób badanych, uzupełniając to ich wypowiedziami (również krytycznymi dotyczącym np. Zadania 1

¹ Zapiąłem dokładne sformułowanie, bez uzupełnienia litery „m”.

– str. 207-209). W moim przekonaniu wiele z zamieszczonych w tej pracy zapisów może stać się podstawą ważnej refleksji dydaktycznej (w aspekcie praktyki oraz nauki). Przykładowo na str. 206 mamy zapis: *Studenci pomimo posiadania wiedzy z zakresu algorytmizacji nie wykorzystują jej w pełni – nie łączą wiedzy informatycznej z wiedzą matematyczną. Należy zatem prowadzić działania, które pozwolą uświadomić studentom, w jaki sposób, a tym bardziej, iż jest możliwe łączenie wiedzy z różnych obszarów. Modelowanie matematyczne sprzyja temu działaniu zwracając jednocześnie ściśle uwagę na te aspekty algorytmizacji, które zostały zignorowane przez studentów jak np. testowanie algorytmu.* W kontekście tego spostrzeżenia dziwne wydaje się, że Doktorantka nie sugeruje sensu uzupełnienia prowadzonych działań (koncepcji dydaktycznej) o zbudowanie odpowiednich programów komputerowych (przy tak prostych operacjach matematycznych nie byłyby one skomplikowane). To byłaby pewna droga do pokazania czemu budowanie takich algorytmów służy. Pokazałoby to również celowość testowania algorytmów, a ponadto byłby to ważny krok mający na celu wyeliminowania opinii przedstawionej na str. 208: *Pojawiły się dwie opinie, iż to zadanie nie odpowiadało (nie podobało się) respondentom. 4 osoby zasugerowały, iż kojarzy się im ono bardziej z informatyką: „Raczej w matematyce nie robiliśmy takich algorytmów, stąd moje skojarzenia bardziej sprowadziły się do informatyki.” Wypowiedzi te potwierdzają, iż studenci nie łączą wiedzy zdobywanej na różnych przedmiotach, jest ona fragmentaryczna i nie tworzy pewnej całości (co było widoczne w pracach badanych).*

Przy analizie wyników badań bardzo brakowało mi pokazania ciągu faktów związanych z konkretnymi osobami. Można sobie wyobrazić, że „oznaczamy te osoby” (np. literami A,B,...) i analizujemy ich kolejne działania. Wtedy łatwiej jest obserwować ich progres (lub regres) w zakresie umiejętności, sprawności, wiedzy, itp. W wielu miejscach Autorka niezbyt precyzyjnie informuje nas o rezultatach badań. Przykładowo na str. 261 są sformułowania (podkreślenia recenzenta): *Większa liczba studentów podała oznaczenia zmiennych. Tę kompetencję przejawiało wielu badanych już w pierwszym zadaniu, warto jednak podkreślić, iż w zadaniu 9 wszyscy badani podjęli taką aktywność. Niestety wciąż nie każdy określa wszystkie ze stosowanych danych.*

W mojej opinii wnioski powinny być bardziej rozwinięte i wyjaśnione wszystkie okoliczności, w tym pozorne sprzeczności. Oto cytaty ze stron 263-265: *Analiza uzyskanych wyników potwierdza, że zaproponowana koncepcja spełniła swoje założenia, a dalej Pozytywne jest to, że wymienione powyżej kompetencje zostały poprawione, chociaż w niewystarczającym stopniu.* Czy zatem założeniem tej koncepcji było poprawienie przygotowania studentów, ale w stopniu niewystarczającym? Wątpliwości związane z pierwszym z cytowanych prac potęgowane są przez hipotezę (H), co w pewnym sensie Doktorantka dostrzega pisząc (str. 263): *Studenci pomimo posiadania wiedzy z zakresu algorytmizacji nie wykorzystują jej w pełni – nie łączą wiedzy informatycznej z wiedzą matematyczną.* Naturalne jest zatem pytanie: Czy po upływie dłuższego czasu sytuacja nie powróciłaby do stanu wyjściowego? Być może Doktorantkę nurtują podobne wątpliwości, gdyż na str. 268 napisała: *Należy jednak podkreślić, że samo zagadnienie algorytmizacji w kontekście aktywności i umiejętności matematycznych wymaga jeszcze głębszego rozpoznania. W szczególności warto prowadzić długotrwałe badania, które pozwolą lepiej zweryfikować skuteczność przedstawionej koncepcji dydaktycznej.*

Zdecydowanie nie mogę zgodzić się ze stwierdzeniem dotyczącym reprezentatywności badań (str. 267): *Badanie prowadziłam na niewielkiej grupie studentów, czego jednak nie uważam za metodologiczne niedopatrzenie. Podejście, które wybrałam, wymagało bezpośredniego kontaktu z badaną grupą. Grupa studentów nie była w żaden sposób selekcyjowana, mogła być więc traktowana jako reprezentatywna dla osób wybierających kierunek nauczycielski.* Nie chcę wnikać zbyt głęboko w teorię dotyczącą tego zagadnienia, unikając bardzo złożonej analizy

problemu. Ja uważam, że albo nie należy rozważać tego problemu albo dokładnie go przeanalizować (jest to praca naukowa). Skoro jednak Autorka to napisała, to obowiązkiem recenzenta jest zasygnalizować wątpliwości. Aby mówić o reprezentatywności (np. próba kwotowa) należałoby wykazać, że zachowana została struktura kluczowych cech dla populacji (stosunek liczby kobiet i mężczyzn, wcześniejsze wyniki osób badanych, itp.). Najkrócej (choć b. mało dokładnie): powinna to być miniatura badanej populacji, ze względu na cechy tej populacji ważne dla tego badania. Gdyby wyniki te odnosić do „wszystkich osób wybierających kierunek nauczycielski”, to w grupie osób badanych powinni znaleźć się studenci z różnych uczelni.

W moim przekonaniu nie jest najważniejszym elementem recenzji wypisywanie wszystkich dostrzeżonych „literówek”. Dlatego ograniczę się jedynie do zasygnalizowania kilku usterek redakcyjnych:

Str. 9. Jest „istotą”; powinno być „istotną”.

Str. 35. Grubym drukiem napisane jest „II sposób”. Nie znalazłem zaznaczenia „I sposób”.

Str. 80. Niekonsekwencja (błąd) raz jest *udaje się on do Luksemburgu*, a dalej *jeżdżenie po paliwo do Luksemburga*.

W pracy naukowej dotyczącej matematyki powinno dbać się o zapisy. Nie można np. pisać ax^2 - powinno być ax^2 . Autorka zupełnie nie dba o dostosowanie zapisów do istniejących reguł. W przypadku wątpliwości można sięgnąć do dokumentów TEX-owych.

Str. 85. Jest „potraf”, powinno być „potrafi”.

Str. 122. Jeśli „gr.” miało oznaczać gram, to należy to potraktować, jako błąd. W j. polskim właściwym skrótem jest „g” (bez kropki!); skrótem kalorii jest „cal”, chyba, że Autorce chodziło o kilokalorie, wtedy jednak skrótem jest „kcal”.

Str. 127. Jest „kwietniku”; powinno być „kwietniu”.

Str. 128. Przypis 58, wydaje mi się, że w spisie literatury tytuł tej pracy jest podany w j. angielskim.

Konkluzja.

Powyżej wymieniłem szereg uwag krytycznych. Być może część z nich jest związana z subiektywnym spojrzeniem, więc budując ostateczną ocenę należy kierować się jasno sprecyzowanymi przesłankami. Jako takie przyjąłem tezy zawarte w pracy prof. W. Nowak „Wybrane zagadnienia metodologii badań dydaktyki matematyki”, Dydaktyka Matematyki 1. Na str. 68 tej noty czytamy: *W poszukiwaniu problemu badań należy kierować się kryterium potrzeb społecznych i aspektem naukowo-metodologicznym*. Pani Anna Pyzara podjęła ważny i bardzo aktualny temat. Z tego punktu widzenia praca ta jest dobrze ukierunkowana tematycznie. Na str. 71, wspomnianego wcześniej artykułu prof. W. Nowak, jest napisane: *Przyjmujemy umownie bardzo szerokie rozumienie problemu badawczego jako pytania o wartość zmiennych (przypis: nie chodzi tu o wartość liczbową) albo o reakcje zachodzące między zmiennymi, charakteryzującymi pewne zjawiska, które znalazły się w zasięgu naszego zainteresowania*. Tu odczuwam pewien niedosyt, być może wynikający z mało przekonującego opisu badań, ich wyników oraz wniosków. Nie jestem przekonany, że przeprowadzenie 2-3 zajęć ze studentami w istotny sposób zmieni ich sposób postrzegania pewnych faktów, a wobec hipotezy (H) mam wątpliwości związane z trwałością ewentualnych zmian. Brakuje jasno sprecyzowanych zmiennych oraz dokładnego uzasadnienia stosowanych narzędzi badawczych (np. doboru zadań). Z drugiej strony biorąc pod uwagę „Główne etapy optymalizacji oddziaływania dydaktycznego” przedstawione na str. 123 pracy prof. W. Nowak (pętla: diagnoza → projektowanie zmian i przedstawienie koncepcji → wdrożenie koncepcji i wstępna korekta → weryfikacja koncepcji i wnioski → diagnoza) wydaje mi się, że Doktorantka szła tą właśnie drogą, choć opisy budzą zastrzeżenia (np. sygnalizowany wcześniej sformułowanie „pewna koncepcja”).

Zdecydowanie brakuje mi wyraźnych tez wynikających z tych badań. W moim przekonaniu przedstawione tezy są „zbyt rozmyte” i mało precyzyjne. Jednocześnie muszę wziąć pod uwagę trudności, jakie musiała pokonać Doktorantka przy prowadzeniu tych (bardzo potrzebnych) badań. Z pewnością rzutowało to na formalne efekty.

Biorąc pod uwagę wcześniej przedstawione spostrzeżenia, na pozytywną ocenę zasługują: część teoretyczna oraz (z niewielkimi zastrzeżeniami) badania wstępne. Badania właściwe powodują pewien niedosyt i spore wątpliwości. We wstępie (str. 6) Doktorantka napisała: *Badania właściwe stanowiły weryfikację spójnej koncepcji dydaktycznej*. Zastanawiam się, czy zapowiadana weryfikacja rzeczywiście nastąpiła? Nie umiem też dokładnie stwierdzić na czym polegała koncepcja badawcza oraz jak rozumieć jej spójność. Zdaję sobie jednak sprawę, że w wielu przypadkach bardzo trudno jest przedstawić w formie pisemnej idee naukowe. Dlatego w moim przekonaniu ważnym elementem oceny pracy naukowej jest umożliwienie osobie ubiegającej się o dany stopień ustosunkowania się do zarzutów i wyjaśnienie istniejących wątpliwości (np. podczas obrony rozprawy doktorskiej). Uważam zatem, że można przyjąć tę pracę, jako rozprawę doktorską i wnioskuje o dopuszczenie p. Anny Pyzary do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

