

**KARTA KURSU**  
Studia stacjonarne I stopnia

**2016/2017**

Nazwa	Algebra dla fizyków
Nazwa w j. ang.	Linear Algebra for Physicists

Kod	11.1 – 820	Punktacja ECTS*	6
-----	------------	-----------------	---

Koordinator	dr hab. Jerzy Szczęsny	Zespół dydaktyczny dr hab. Jerzy Szczęsny prof. dr hab. Ryszard J. Radwański
-------------	------------------------	--

**Opis kursu (cele kształcenia)**

Uzyskanie wiadomości teoretycznych oraz nabycie umiejętności praktycznych w dziedzinie struktur liniowych. Zapoznanie studentów z najważniejszymi strukturami algebry liniowej i wypracowanie umiejętności stosowania wprowadzonych pojęć algebry liniowej w praktyce. Przedmiot prowadzony w języku polskim.

**Warunki wstępne**

Wiedza	Do studiowania algebry liniowej oczekiwana jest zaliczona matura z matematyki najlepiej na poziomie rozszerzonym. Konieczna jest znajomość podstawowych pojęć matematycznych: zdań logicznych, kwantyfikatorów, działań na zbiorach, funkcji.
Umiejętności	Biegłość rachunkowa w zakresie matematyki objętej programem szkoły średniej.
Kursy	brak

**EFEKTY KSZTAŁCENIA**

	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
WIEDZA	<b>W1-</b> Student zna podstawowe struktury algebraiczne takie jak grupy i ciała. Student zna pojęcie ciała liczb zespolonych oraz treść podstawowego twierdzenia algebry.	K_W06, K_W08
	<b>W2-</b> Student zna grupę permutacji zbioru o dowolnej liczbie elementów oraz podział na permutacje parzyste i nieparzyste. Student zna definicję symbolu Levi – Civity.	K_W06, K_W08
	<b>W3-</b> Student zna definicję macierzy oraz podstawowe operacje wykonywane na macierzach. Student zna rozmaite typy macierzy: symetryczne, antysymetryczne, hermitowskie, antyhermitowskie, osobliwe i nieosobliwe.	K_W06, K_W08
	<b>W4-</b> Student zna definicję wyznacznika oraz wszystkie jego najważniejsze własności. Student zna twierdzenie o macierzy odwrotnej do danej oraz wzory Cramera. Student zna pojęcia grup macierzowych: liniowej, ortogonalnej, unitarnej.	K_W06, K_W08
	<b>W5-</b> Student zna i rozumie definicje przestrzeni wektorowej rzeczywistej i zespolonej. Student zna pojęcie liniowej niezależności wektorów oraz powłoki liniowej i podprzestrzeni wektorowej. Student zna pojęcie bazy przestrzeni wektorowej.	K_W06, K_W08
	<b>W6-</b> Student zna różne (równoważne) definicje rzędu macierzy oraz zna wszystkie najważniejsze własności rzędu macierzy a także jego związek z wymiarem powłoki liniowej rozpinanej przez skończoną rodzinę wektorów. Student zna twierdzenie Kroneckera – Capelliego.	K_W06
	<b>W7-</b> Student zna pojęcie formy liniowej oraz odwzorowania liniowego i operatora oraz reprezentacje tych pojęć w ustalonych bazach przestrzeni wektorowych. Student zna związek pomiędzy wymiarami jądra i obrazu odwzorowania liniowego a także związek pomiędzy rzędem macierzy reprezentującej dane odwzorowanie liniowe a wymiarem obrazu tego odwzorowania.	K_W06
	<b>W8-</b> Student wie w jaki sposób zmieniają się składowe formy liniowej i wektora przy zmianie bazy – potrafi rozróżniać wielkości kowarianne od kontrawariantnych. Student wie w jaki sposób zmieniają się elementy macierzowe odwzorowania liniowego (operatora) przy zmianie bazy.	K_W06
	<b>W9-</b> Student zna pojęcie formy dwuliniowej i hermitowskiej oraz wie w jaki sposób zmieniają się składowe tych wielkości przy zmianie bazy. Student wie co to jest forma kwadratowa rzeczywista i potrafi ją sprowadzić do postaci kanonicznej stosując metodę Lagrange’a. Potrafi on także rozstrzygnąć problem określoności formy kwadratowej.	K_W06
	<b>W10-</b> Student zna pojęcie iloczynu skalarnego a także wie czym są przestrzenie: euklidesowa i unitarna oraz zna nierówność Schwarz’a, wie co to jest norma wektora oraz zna procedurę ortonormalizacji Grama – Schmidta.	K_W06
	<b>W11-</b> Student wie czym są wartości własne i wektory własne operatora liniowego. Student zna podstawowe twierdzenia o wartościach własnych i wektorach własnych operatorów: symetrycznych, hermitowskich, unitarnych, normalnych.	K_W06
	<b>W12-</b> Student wie co to jest macierz Grama oraz zna iloczyn wektorowy i jego podstawowe własności. Student zna geometryczne znaczenia wyznacznika.	K_W06, K_W08

	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
UMIEJĘTNOŚCI	<b>U1-</b> Student potrafi wykonywać działania na liczbach zespolonych m.in. potrafi wyznaczać potęgi, pierwiastki z liczby zespolonej oraz pierwiastki zespolone wielomianów.	K_U18 K_U18, K_U25
	<b>U2-</b> Student potrafi rozstrzygnąć czy zbiór permutacji, (z działaniem będącym składaniem odwzorowań) jest grupą i czy dana permutacja jest parzysta czy nieparzysta.	
	<b>U3-</b> Student umie wykonywać działania na macierzach, potrafi obliczyć wyznacznik macierzy a także wyznaczyć macierz odwrotną do danej.	K_U18
	<b>U4-</b> Student potrafi rozstrzygnąć czy dany układ równań jest układem Cramera i jeśli tak to potrafi wyznaczyć rozwiązanie tego układu.	K_U18
	<b>U5-</b> Student potrafi wyznaczyć rząd macierzy a także wyznaczyć wymiar powłoki liniowej rozpiętej przez skończony układ wektorów.	K_U18, K_U25
	<b>U6-</b> Student potrafi wyznaczyć ogólne rozwiązanie układu równań liniowych.	
	<b>U7-</b> Student potrafi rozstrzygnąć czy dany układ wektorów jest bazą przestrzeni wektorowej a także potrafi wyznaczać składowe wektorów i form liniowych w różnych bazach.	K_U18
	<b>U8-</b> Student potrafi wyznaczyć macierz odwzorowania liniowego w różnych bazach.	K_U18
	<b>U9-</b> Student umie wyznaczyć macierz formy dwuliniowej i hermitowskiej w różnych bazach.	
	<b>U10-</b> Student potrafi sprowadzić formę kwadratową do postaci kanonicznej (różnymi sposobami) oraz zbadać określoność formy.	K_U18, K_U25
	<b>U11-</b> Student umie rozstrzygnąć czy dana baza jest ortonormalna a także potrafi zortonormalizować dowolną bazę.	K_U18
	<b>U12-</b> Student umie wyznaczać wartości i wektory własne macierzy: ortogonalnych, unitarnych, symetrycznych i hermitowskich.	K_U18, K_U25

Kompetencje społeczne	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
-----------------------	-----------------------------	-------------------------------------

	<b>K1-</b> Student zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych.	K_K01, K_K03
	<b>K2-</b> Student potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania.	K_K03
	<b>K3-</b> Student potrafi pracować zespołowo; rozumie konieczność systematycznej pracy nad wszelkimi projektami, które mają długofalowy charakter.	K_K05
	<b>K4-</b> Student rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie.	K_K09

Organizacja										
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach								
		A		K		L		S		P EL
Liczba godzin	30	45								

#### Opis metod prowadzenia zajęć

Podczas wykładów preferowane są metody aktywizujące i motywujące: metody dyskusji, intuicyjne przedstawianie pojęć abstrakcyjnych oraz historyczne sytuacje problemowe, które doprowadziły do wyłonienia się danej koncepcji lub teorii; motywujące są wzmianki o ewentualnych zastosowaniach fizycznych poszczególnych pojęć.

Celem zajęć audytoryjnych jest zapoznanie się z konkretnymi przykładami pojęć abstrakcyjnych i wyrobienie u studentów biegłości rachunkowej.

#### Formy sprawdzania efektów kształcenia

	E – le ar ni ng	Gr y dy da kt yc zn e	Ć wi cz en ia w sz ko le	Z aj ęc ia te re no w e	Pr ac a la bo ra tory jna	Pro jekt ind ywi dua lny	P r o j e k t g r u p o w y	U dz iał w dy sk us ji	R e f e r a t	Pra ca pis em na (es ej)	E gz a mi n us tn y	E gz a mi n pi se m ny	In ne
W1						x		x			x		
W2						x					x		
W3						x		x			x		

W4						X					X		
						X					X		
W5						X		X			X		
W6						X					X		
W7						X		X			X		
W8						X		X			X		
W9						X					X		
W10						X					X		
W11						X		X			X		
W12						X		X			X		
U1						X				X		X	
U2						X				X		X	
U3						X				X		X	
U4						X				X		X	
U5						X				X		X	
U6						X				X		X	
U7						X				X		X	
U8						X				X		X	
U9						X				X		X	
U10						X				X		X	
U11						X				X		X	
U12						X				X		X	
K1								X					
K2								X					
K3								X					
K4								X					

Kryteria oceny	<p>Ocena końcowa jest średnią ocen następujących ocen cząstkowych:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oceny sprawdzianów pisemnych oraz odpowiedzi ustnych,</li> <li>- oceny aktywności na zajęciach</li> </ul>
----------------	---

Uwagi	<p><b>KRYTERIA OCENY:</b></p> <p><b>BARDZO DOBRY</b></p> <p>Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4 i wykazuje samodzielność, operatywność i twórcze podejście w ich stosowaniu w procesie edukacyjnym.</p> <p><b>DOBRY</b></p> <p>Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4. Wykorzystuje je w procesie edukacyjnym według wskazówek nauczyciela akademickiego.</p> <p><b>DOSTATECZNY</b></p> <p>Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4. Stosuje je w procesie edukacyjnym według szczegółowych instrukcji nauczyciela akademickiego.</p> <p><b>NIEDOSTATECZNY</b></p> <p>Student nie opanował wiedzy wymienionej w punktach W1 – W12 ani nie osiągnął</p>
-------	--

większości wspomnianych umiejętności i kompetencji.

### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

- 1) Podstawowe struktury algebraiczne: grupy i ciała.
- 2) Ciało liczb zespolonych.
- 3) Podstawowe twierdzenia algebry.
- 4) Grupa permutacji zbioru o dowolnej liczbie elementów oraz podział na permutacje parzyste i nieparzyste.
- 5) Definicja i znaczenie symbolu alternującego Levi – Civity.
- 6) Definicja macierzy oraz podstawowe operacje wykonywane na macierzach.
- 7) Różne typy macierzy: symetryczne, antysymetryczne, hermitowskie, antyhermitowskie, osobliwe i nieosobliwe.
- 8) Ślad macierzy i jego podstawowe własności.
- 9) Definicja wyznacznika oraz wszystkie jego najważniejsze własności.
- 10) Twierdzenie o macierzy odwrotnej do danej oraz wzory Cramera.
- 11) Grupy macierzowe: liniowa, ortogonalna, unitarna.
- 12) Definicje i przykłady przestrzeni wektorowych rzeczywistej i zespolonej.
- 13) Pojęcia: liniowej niezależności wektorów oraz powłoki liniowej i podprzestrzeni wektorowej.
- 14) Pojęcie bazy przestrzeni wektorowej oraz macierz przejścia między różnymi jej bazami.
- 15) Różne (równoważne) definicje rzędu macierzy oraz najważniejsze własności rzędu macierzy a także jego związek z wymiarem powłoki liniowej rozpinanej przez skończoną rodzinę wektorów.
- 16) Twierdzenie Kroneckera – Capelliego i umiejętność wyznaczania rozwiązań dowolnego liniowego układu równań.
- 17) Pojęcie formy liniowej oraz odwzorowania liniowego i operatora.
- 18) Związek pomiędzy wymiarami jądra i obrazu odwzorowania liniowego a także związek między rzędem macierzy reprezentującej odwzorowanie liniowe a wymiarem obrazu tego odwzorowania.
- 19) Zmiana składowych formy liniowej i wektora przy zmianie bazy – wielkości ko i kontrawariantne.
- 20) Zmiana elementów macierzowych odwzorowania liniowego (operatora) przy zmianie odpowiednich baz.
- 21) Pojęcie formy dwuliniowej i hermitowskiej oraz prawo transformacji składowych form dwuliniowych i hermitowskich przy zmianie bazy.
- 22) Forma kwadratowa (rzeczywista) oraz umiejętność sprowadzania jej do postaci kanonicznej za pomocą metody Lagrange’a. Rozstrzyganie określoności danej formy kwadratowej.
- 23) Pojęcie iloczynu skalarnego - przestrzenie: euklidesowa i unitarna, nierówność Schwarz’a.
- 24) Procedura ortonormalizacji Grama – Schmidta
- 25) Zagadnienie własne operatora liniowego: równanie własne, wartości własne, wektory własne.
- 26) Podstawowe twierdzenia o wartościach własnych i wektorach własnych operatorów: symetrycznych, hermitowskich, unitarnych, normalnych.
- 27) Macierz Grama oraz zna iloczyn wektorowy i jego podstawowe własności, geometryczne znaczenie wyznacznika macierzy.

### Wykaz literatury podstawowej

Andrzej Herdegen „Wykłady z algebry liniowej i geometrii” Discepto, Kraków 2005  
Banaszek G., Gajda W. – Elementy algebry liniowej cz. I, II, WNT, Warszawa 2002  
Kostrikin A. I., Manin J. I. – Algebra liniowa i geometria, PWN, Warszawa 1993  
Przybyło S., Szlachetowski A. – Algebra i wielowymiarowa geometria analityczna w zadaniach, WNT, Warszawa 2005  
Sołtysiak A. – Algebra liniowa, Wydawnictwo UAM,

### Wykaz literatury uzupełniającej

Gancarzewicz J. – Algebra liniowa i jej zastosowania, Wydawnictwo UJ, Kraków 2004  
Kostrikin A. I. – Wstęp do algebry, cz. II: Algebra liniowa, PWN, Warszawa 2004

### Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

Ilość godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	30
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	45
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	15
Ilość godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Dyskusja	35
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	40
	Przygotowanie do egzaminu	15
Ogółem bilans czasu pracy		180
Ilość punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		6